نموذج امتحان وطني للسنة الثانية باكالوريا

التمرين الأول:

نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي $a = 1 + i\sqrt{3}$ و $b = \sqrt{3} + i$ و $c = 2 + 2i$.

1- أعط الشكل المثلثي لكل من b و c.

2- استنتج أن $\frac{c}{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$.

3- أعط الشكل الجبري للعدد $\frac{c}{b}$.

4- استنتج قيمة $\cos\frac{\pi}{12}$.

5- بين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع.

التمرين الثاني:

1- أ- حدد a و b من IR بحيث $\frac{x^2 + 2x - 2}{x + 3} = ax + b + \frac{1}{x + 3}$.

ب- احسب التكامل $\int_0^2 \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 3}dx$.

2- احسب باستعمال مكاملة بالأجزاء التكامل التالي $\int_1^e \frac{1}{\sqrt{x}}\ln x dx$.

التمرين الثالث:

لتكن $A(1;1;0)$ و $B(0;1;1)$ و $C(1;0;1)$ نقط من الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1- بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

2- استنتج أن A و B و C تحدد مستوى (ABC).

3- أعط معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

4- احسب مساحة المثلث ABC.

5- لتكن (S) فلكة معادلتها الديكارتية $(S): x^2+y^2+z^2-2\sqrt{3}y-4z+5=0$.

أ- حدد مركزها Ω شعاعها r.

ب-أدرس الوضع النسبي للفلكة (S) والمستوى (ABC).

ت-اعت معادلة ديكارتية للمستوى (Q) بحيث $\vec{n}(2;1;4)$ منظمية عليه وتقاطع الفلكة (S) والمستوى (Q)دائرة شعاعها $\sqrt{2}$.

ث-أعط معادلة المستوى (R) بحيث $(AB)\perp(R)$ والمستوى (R) مماس للفلكة (S).

مسألة:

الجزء الأول:

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ ب $g(x)=\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)-\frac{2}{x+2}$.

1- بين أن $\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$ وأن $\lim_{x\to 0^+} g(x)=+\infty$.

2- بين أن $\forall x \succ 0 : g'(x)=\frac{-4}{x(x+2)^2}$.

3- أعط جدول تغيرات الدالة g.

4- استنتج أن $\forall x \succ 0 : g(x)\succ 0$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR^+ بمايلي : $\begin{cases} f(x)=x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right) : x\succ 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

وليكن (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- بين أن f متصلة على اليمين في 0.

2- أدرس قابيلة اشتقاق f على يمين0 ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.

3- بين أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$ يمكنك وضع $h=\frac{2}{x}$ ثم أعط تأويلا هندسيا لهده النتيجة.

4- بين أن $\forall x \succ 0 : f'(x)=g(x)$.

5- أعط جدول تغيرات f.

6- حدد معادلة (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A أفصولها 2.

7- بين أن f تقبل دالة عكسية من $I=[0;+\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده.

8- أنشئ المنحنى (C_f).

الجزء الثالث:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بمايلي : $\begin{cases} \mathbf{u_0=2} \\ \forall \mathbf{n}\in \mathbb{N}: \quad \mathbf{u_{n+1}=u_n \ln\left(1+\frac{2}{u_n}\right)} \end{cases}$.

1- حل في IR^+ المعادلة $f(x)=x$.

2- أدرس إشارة $f(x)-x$ لكل $x\in IR^+$.

3- بين أن $\forall n\in IN : \frac{2}{e-1}\leq u_n \leq 2$.

4- بين أن $\forall x\in\left[\frac{2}{e-1};2\right] : \ln\left(1+\frac{2}{x}\right)\leq 1$.

5- استنتج أن (u_n) تناقصية.

6- بين أن (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها.