تمرين 1

نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي:

$g(x)=x+1+\ln(x)$.

1. حدد D_g حيز تعريف الدالة g.
2. أحسب نهايات g عند محدات D_g.
3. أدرس تغيرات الدالة g.
4. بين أن منحنى الدالة g يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة أفصولها α ينتمي إلى المجال $]0,27;0,28[$.
5. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

نأخذ: $\ln(0,28)\simeq -1,27$ و $\ln(0,27)\simeq -1,3$.

تمرين 2

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$f(x)=x-1-\ln(x)$.

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2. أحسب نهايات f عند محدات D_f.
3. أدرس تغيرات الدالة f.
4. بين أن: $\forall x\in\mathbb{R}_+^*;\quad \ln x\le x-1$.

تمرين 3

نعتبر الدالة h المعرفة بما يلي:

$h(x)=x-\ln|x-1|$.

1. حدد D_h حيز تعريف الدالة h.
2. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}h(x)$ و $\lim\limits_{x\to1}h(x)$.
3. أثبت أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=+\infty$.
4. أحسب $h'(x)$ لكل x من D_h.
5. إعط جدول تغيرات الدالة h.
6. حدد تقاطع منحنى الدالة h مع المنصف الأول للمعلم.

تمرين 4

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$f(x)=\ln\left(\dfrac{3-x}{3+x}\right)$.

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2. أدرس زوجية الدالة f.
3. أحسب نهايات f عند محدات D_f.
4. أحسب $f'(x)$ لكل x من $D_f\cap\mathbb{R}^+$.
5. إعط جدول تغيرات الدالة f.

تمرين 5

نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي:

$g(x)=-x^2+1-\ln x$.

1. حدد D_g حيز تعريف الدالة g.
2. أحسب نهايات g عند محدات D_g.
3. أحسب $g'(x)$.
4. ضع جدول تغيرات الدالة g.
5. أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ x من D_g.

تمرين 6

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$f(x)=x(\ln x)^2$.

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2. بين أن: $\forall x\in D_f;\quad f(x)=4\left(\sqrt{x}\ln\sqrt{x}\right)^2$.
3. حدد نهايات f عند محدات D_f.
4. بين أن: $\forall x\in D_f;\quad f'(x)=(\ln(x)+2)(\ln x)$.
5. إعط جدول تغيرات الدالة f.
6. إعط معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الأفصول $x_0=e$.

تمرين 7

نعتبر الدالة h المعرفة على $]1;+\infty[$ بما يلي:

$h(x)=\dfrac{x^2}{2}\left(\dfrac{3}{2}-\ln x\right)$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$.
2. أحسب $h'(x)$ و تحقق من أن $h'(x)$ يمكن كتابتها على الشكل التالي:

   $h'(x)=x(1-\ln x)$.
3. حل في $]1;+\infty[$ المتراجحة $1-\ln x>0$.
4. إعط جدول تغيرات الدالة h.

تمرين 8

نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} g(x)=2x(1-\ln x) & ;\quad x\neq 0 \\ g(0)=0 \end{cases}.$$

1. حدد D_g حيز تعريف الدالة g.

2. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
3. بين أن g متصلة في 0.
4. أدرس قابلية اشتقاق الدالة g في 0 ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة التي تم التوصل إليها.
5. أحسب $g'(x)$.
6. ضع جدول تغيرات الدالة g.
7. حدد تقاطع (C_g) منحنى الدالة g مع محوري المعلم.
8. حدد الفروع اللانهائية ل (C_g).
9. أنشئ (C_g).

تمرين 9

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=x\ln x-x+1 \; ; \quad x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}.$$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2. أدرس اتصال f في 0.
3. أحسب نهايات f عند محدات D_f.
4. أدرس تغيرات الدالة f.
5. حدد إشارة $f(x)$ حسب قيم x.

تمرين 10

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\sqrt{2u_n} \end{cases}.$$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_3.
2. بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n>0$.
3. نضع: $\forall n\in\mathbb{N};\quad v_n=\ln u_n-\ln 2$.
   a) بين أن (v_n) معرفة لكل n من $\mathbb{N}$.
   b) بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها و حدها الأول.
   c) إعط الحد العام للمتتالية (v_n) بدلالة n.
   d) أحسب نهاية المتتالية (v_n).
4. استنتج تعبير u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim u_n$.

تمرين 11

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0=e \\ u_{n+1}=\sqrt{u_n} \end{cases}.$$

نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\ln(u_n)$.

الجزء الأول:

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها و حدها الأول.
2. إعط تعبير v_n بدلالة n.
3. استنتج تعبير u_n بدلالة n.

الجزء الثاني:

نضع: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $P_n=u_0\times u_1\times...\times u_n$.

1. بين أن: $S_n=\ln(P_n)$.
2. عبر عن S_n بدلالة n.
3. استنتج تعبير P_n بدلالة n.
4. حدد $\lim S_n$ ثم استنتج $\lim P_n$.

مسألة 1

الجزء الأول: لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x)=x-\ln(x)$.

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2. أحسب نهايات f عند محدات D_f.
3. أحسب $f'(x)$.
4. إعط جدول تغيرات الدالة f.
5. استنتج أن: $\forall x\in\mathbb{R}_+^*;\quad \ln x<x$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي:

$$\begin{cases} g(x)=\dfrac{x}{x-\ln x} \\ g(0)=0 \end{cases}.$$

1. بين أن g متصلة في 0.
2. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
3. أدرس قابلية اشتقاق الدالة g في 0 و أول النتيجة هندسيا.
4. ضع جدول تغيرات الدالة g.
5. حدد تقاطع (C_g) منحنى الدالة g مع المستقيم ذو المعادلة $y=1$.
6. أنشئ (C_g).

مسألة 2

الجزء الأول: نعتبر الدالة h المعرفة بما يلي:

$h(x)=x^2+1-\ln x$.

1. حدد D_h حيز تعريف الدالة h.
2. أحسب نهايات h عند محدات D_h.
3. أحسب $h'(x)$ لكل x من D_h.
4. إعط جدول تغيرات الدالة h.
5. استنتج إشارة $h(x)$ لكل x من المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني: لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x)=x+\frac{1}{2}+\frac{\ln x}{x}$.

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2. أحسب نهاية f على يمين 0 و أول النتيجة هندسيا.
3. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
4. بين أن: $\forall x\in D_f;\quad f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.
5. إعط جدول تغيرات الدالة f.
6. بين أن المعادلة $f(x)=3$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]2;3[$.
7. بين أن (C_f) يقبل مقاربا مائلا (D) معادلته $y=x+\frac{1}{2}$ بجوار $+\infty$.
8. حدد إحداثيتي النقطة A تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم (D).
9. إعط معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A.
10. أنشئ (C_f).

الجزء الثالث: لتكن F الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي: $F(x)=\frac{x^2+x+(\ln x)^2}{2}$.

بين أن F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

مسألة 3

الجزء الأول: لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي: $g(x)=1+x^2-2x^2\ln x$.

1. حدد D_g حيز تعريف الدالة g.
2. أحسب نهايات g عند محدات D_g.
3. حدد منحى تغيرات الدالة g.
4. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا λ حيث $1,89<\lambda<1,9$.
5. استنتج مما سبق إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x)=\frac{\ln x}{1+x^2}$، و (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ بحيث: $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=0,1cm$.

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2. أحسب نهايات f عند محدات D_f.
3. حدد جدول تغيرات الدالة f.
4. تحقق من أن: $f(\lambda)=\frac{1}{2\lambda^2}$.
5. استنتج تأطيرا ل $f(\lambda)$ سعته 2.10^{-2}.
6. أنشئ (C_f).

مسألة 4

الجزء الأول: لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x)=\ln(x+1)-x$.

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2. أحسب نهايات f عند محدات D_f.
3. حدد جدول تغيرات الدالة f.
4. بين ان: $\forall x\in\mathbb{R}_+^*;\quad 0<\ln(1+x)<x$.

الجزء الثاني: لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases}u_0=2\\ u_{n+1}=\ln(1+u_n);\ \forall n\in\mathbb{N}\end{cases}.$$

1. بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n>0$.
2. بين أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية تناقصية.
3. استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

ذ. علي تاموسيت
tamoussit2009@gmail.com
http://4maths.jimdo.com