

# نموذج امتحان مادة الرياضيات

## التمرين الأول:

- 1- نعتبر الأعداد العقدية التالية:  $a = (1 + \sqrt{3})i$  و  $b = -[(1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3})i]$  و  $w = 2 + (1 - \sqrt{3})i$ .
- أ- أكتب على الشكل الجبري كلا من العددين  $a^2$  و  $w^2$ .
- ب- تحقق أن:  $w^2 = a^2 - 4b$ .
- 2- نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية  $\mathbb{C}$  المعادلة التالية:  $z^2 - az + b = 0$  (E) حيث  $a$  و  $b$  العددان المعرفان
- في السؤال 1.
- أ- حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة (E). نسمي  $z_0$  ،  $z_1$  حلا المعادلة (E) بحيث:  $|z_0| < |z_1|$ .
- ب- اكتب على الشكل الأسّي كلا من  $z_1$  و  $z_0$ .
- 3- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . لتكن النقطتين A و B صورتين  $z_0$  و  $z_1$  على التوالي.
- أ- مثل النقطتين A و B في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ، وحدة الطول  $2cm$ .
- ب- حدد نسبة و زاوية التشابه المباشر الذي مركزه O و الذي يحول A إلى B .

## التمرين الثاني:

- يحتوي كيس على 9 كرات متماثلة لا يمكن التمييز بينها باللمس، منها 3 حمراء، 4 بيضاء، 2 سوداء .  
نسحب تانيا 3 كرات من الكيس.
- 1 - أحسب عددا السحبات الممكنة .
- 2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة ممكنة بعدد الكرات الحمراء فيها. حدد قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضي  $E(X)$ ، مغاييرته  $Var(X)$  و انحرافه الطرازي  $\sigma_x$  .
- 3- نعيد الكرات المسحوبة ثم نسحب من جديد كرتين على التوالي و دون إحلال . ما احتمال الحصول على كرتين سوداوين.

## التسعين الثالث:

### الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية  $f$  معرفة على المجال  $]1, +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x}{\ln x}$  حيث  $\ln$  يرمز إلى الدالة اللوغارتمية النبيرية.

1- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

2- أ- بين أنه لكل عدد حقيقي  $x > 1$  فإن:  $f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$ .

ب- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $]1, +\infty[$ .

3- ليكن  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  و ليكن

$(\Delta)$  المستقيم الذي معادلته  $y = x$ . نضع من أجل كل  $x$  من المجال  $]1, +\infty[$ :  $h(x) = f(x) - x$ .

أ- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $h(x) = 0$  ثم أدرس إشارة  $h(x)$  على المجال  $]1, +\infty[$ .

ب- استنتج إحداثيات نقطة تقاطع  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  وكذا الوضع النسبي ل  $(C_f)$  و  $(\Delta)$ .

ج- أحسب:  $f(2)$  ،  $f(3)$  ،  $f(4)$  ، تعطى النتائج مقربة إلى  $10^{-2}$ .

د- في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  أنشئ النقط  $(2, f(2))$  ،  $(3, f(3))$  ،  $(4, f(4))$  ثم ارسم  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$ .

### الجزء الثاني:

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  معرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = f(u_n); \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1- أحسب  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$ . تعطى النتائج مقربة إلى  $10^{-2}$ .

2- أ- بين أنه من أجل كل عدد صحيح طبيعي  $n$ :  $u_n \geq e$ .

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية.

ج- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة.

د- ليكن  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$ . بين أن  $h(l) = 0$  ثم استنتج قيمة  $l$ .

الصفحة 2/2

<http://4maths.jimdo.com>

**Ali TAMOUSSIT**