نموذج اختبار البكالوريا في مادة الرياضيات
الشعبة : علوم الحياة و الأرض – علوم فيزيائية

تمرين 1

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ الحدودية P حيث:

$P(z)=z^3+(7-4i)z^2+(9-16i)z-9-21i$.

1) أثبت أن المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلا حقيقيا z_0 يجب تحديده .

2) اكتب $P(z)$ على الشكل $P(z)=(z-z_0)(z^2+bz+c)$.

3) احسب $(2-i)^2$ ثم حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

تمرين 2

صندوق يحتوي على 8 أقراص صفراء و 15 حمراء لا يمكن التمييز بينها باللمس. نسحب عشوائيا على التوالي ودون إحلال قريصين من الصندوق .

1-احسب احتمال الحدث : E "القرص المسحوب الأول من اللون الأصفر"

2- نكرر هذه التجربة سبع مرات، و بعد كل تجربة نرجع القريصين إلى الصندوق .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ القيمة المتمثلة في عدد مرات تحقق الحدث E خلال التجارب السبعة.

أ* أحسب احتمال الحدث A " الحدث E تحقق ثلاث مرات بالضبط "

ب* أحسب احتمال الحدث B " الحدث E تحقق ست مرات على الأقل"

تمرين3

1. نعتبر الدالة g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+3-2\ln x$.

أ) ادرس تغييرات الدالة g .

ب)استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

2. لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=\frac{\ln x}{x}+\frac{x^2-1}{2x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O\,;\,\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

أ) بين أنه ل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$.

استنتج تغيرات الدالة f .

ب)احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$، أول هذه النتيجة مبيانيا.

ج) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ليكن (D) المستقيم الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x$ ، احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\frac{1}{2}x\right)$ ثم أول النتيجة مبيانيا.

د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

ه) أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C_f) الممثل للدالة f .

http://4maths.jimdo.com
Ali TAMOUSSIT

حل مقترح

التمرين 1

نعلم أن $z_0^3+(7-4i)z_0^2+(9-16i)z_0-9-12i=0$ و منه

$$\begin{cases} z_0^3+7z_0^2+9z_0-9=0....(1) \\ -4z_0^2-16z_0-12=0....(2) \end{cases}$$

و منه $z_0=-3$. ومنه $P(z)=(z+3)(z^2+bz+c)$ ، ننشر و بالمطابقة نجد: $b=4-4i$ و $c=-3-4i$.

نضع $z^2+4(1-i)z-3-4i=0$ و $\Delta'=(2-i)^2$ و منه $z_1=i$ و $z_2=-4+3i$.

جذور $P(z)$ هي $-4+3i$; i ; -3 .

التمرين 2

$$P(E)=\frac{8}{23}$$

$$P(A)=P(X=3)=C_7^3\times\left(\frac{8}{23}\right)^3\times\left(\frac{15}{23}\right)^4\simeq 0.2664$$

$$P(B)=P(X\geq 6)=P(X=6)+P(X=7)=C_7^6\times\left(\frac{8}{23}\right)^6\times\left(\frac{15}{23}\right)+C_7^7\times\left(\frac{8}{23}\right)^7\approx 0.0087$$

التمرين 3

1. أ) لدينا : $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(2x+\frac{3}{x}-\frac{2\ln x}{x}\right)=+\infty$

$$g'(x)=2x-\frac{2}{x}=\frac{2(x^2-1)}{x}=\frac{2(x+1)(x-1)}{x}$$

نلاحظ بسهولة أن $g'(x)$ لها نفس إشارة $(x-1)$ على المجال $]0;+\infty[$.

و منه جدول تغيرات الدالة g .

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

ب)من جدول تغيرات الدالة g نستنتج أن $g(x)$ موجبة قطعا على المجال $]0;+\infty[$.

2. أ) من $f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$ نستنتج أن $f'(x)$ لها نفس إشارة $g(x)$، وهذا يعني أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $]0;+\infty[$.

ب) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\ln x}{x}-\frac{x^2-1}{2x}\right)=-\infty$

ومنه المستقيم الذي معادلته $x=0$ مقارب عمودي للمنحنى (C_f).

ج) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\frac{1}{2}x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln x}{x}-\frac{1}{2x}\right)=0$ وهذا يعني أن (D) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

د) جدول تغيرات الدالة f.

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖		$+$		
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗		↗	$+\infty$

ه)