

المتتاليات العددية: طرائق وتقنيات

| يمكن | نريد أن |
|--|--|
| <p>إثبات أن : $u_{n+1} = u_n$ لكل n من \mathbb{N} باستعمال البرهان بالترجع (في هذه الحالة $u_n = u_0$ لكل n من \mathbb{N} أو $u_n = u_1$ لكل n من \mathbb{N}^*)</p> | <p>تبين أن (u_n) متتالية ثابتة</p> |
| <p>إثبات أن : $u_{n+1} = u_n + r$ أو $u_{n+1} - u_n = r$ لكل n من \mathbb{N}</p> | <p>تبين أن (u_n) متتالية حسابية</p> |
| <p>إثبات أن : $u_{n+1} = qu_n$ أو $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$ لكل n من \mathbb{N}^* ($u_n \neq 0$)</p> | <p>تبين أن (u_n) متتالية هندسية</p> |
| <ul style="list-style-type: none"> • الصيغ $u_n = u_k + (n - k)r$ ((u_n) متتالية حسابية) • $u_n = u_k \times q^{n-k}$ ((u_n) متتالية هندسية) (غالباً ما يكون $k = 0$ أو $k = 1$) • علاقة بين u_n و v_n بحيث (v_n) حسابية أو هندسية | <p>تكتب (أو تعبر) عن u_n بدلالة n</p> |
| <ul style="list-style-type: none"> • إثبات أن: $u_n - M \leq 0$ (أو $u_n - m \geq 0$) لكل n من \mathbb{N}. • استعمال البرهان بالترجع إذا كانت المتتالية ترجعية • كل متتالية تزايدية فهي مصغرة بعدها الأول و كل متتالية تناقصية فهي مكبورة بعدها الأول. | <p>تبين أن (u_n) مكبورة بعدد M (أو مصغورة بعدد m)</p> |
| <ul style="list-style-type: none"> • دراسة إشارة $u_{n+1} - u_n$ أو مقارنة 1 و $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ إذا كانت: $u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N}. • تظن الرتبة من خلال حساب الحدود الأولى ثم برهن على النتيجة المحصل عليها بإحدى الطريقتين السابقتين أو اعتماداً على البرهان بالترجع. • دراسة رتبة الدالة f في حالة $u_n = f(n)$. | <p>تدرس رتبة متتالية (u_n)</p> |
| <ul style="list-style-type: none"> • (u_n) تزايدية و مكبورة أو تناقصية و مصغرة. • $\lim u_n = \lim v_n = l$ و $u_n \leq v_n \leq w_n$ • $\lim v_n = 0$ و $u_n - l \leq v_n$ • في كلتا الحالتين لدينا $\lim u_n = l$. | <p>تبين أن المتتالية (u_n) متقاربة</p> |
| <ul style="list-style-type: none"> • استعمال $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ إذا كان: $u_n = f(n)$ (f دالة عددية). • استعمال $l = f(l)$ إذا كانت المتتالية (u_n) ترجعية من نوع $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث: f دالة عددية متصلة تحقق شرط التضمن و أثبتت في سؤال سابق أنها متقاربة، فإن: $l = \lim u_n$. • استعمال $\lim q^n = 0$ إذا كان: $-1 < q < 1$. • استعمال العمليات على نهايات المتتاليات. • استعمال $\lim u_n = +\infty$ و $\lim v_n = +\infty$ و $u_n \geq v_n$ إذن $\lim u_n = +\infty$. • أو $\lim u_n = -\infty$ و $\lim v_n = -\infty$ و $u_n \leq v_n$ إذن $\lim u_n = -\infty$. | <p>تحسب $\lim u_n = l$</p> |