الدوال العددية

تمرين1:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} & ; x<0 \\ f(x)=2x-x^2 & ; x\geq 0 \end{cases}$$

1- أدرس اتصال الدالة f في الصفر.

2 أدرس اتصال الدالة f على $\mathbb{R}$.

3- لتكن g قصور الدالة f على المجال $I=[1;+\infty[$.

أ- بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده.

ب- حدد $g^{-1}(x)$ بدلالة x لكل $x\in J$.

تمرين2:

1- أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}}{x^2-1} \; ; \; \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1-x}-1}{x} \; ; \; \lim_{x\to+\infty}\sqrt[3]{8x^3-x}-2x$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{\sqrt[3]{x+6}-2} \; ; \; \lim_{x\to-\infty}\sqrt[3]{2-x}+2x$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt{x+1}}{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt{x+1}}$$

2- حل في $\mathbb{R}$ ما يلي:

$$\sqrt[3]{2-x}=\sqrt[3]{x}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{x-1}}-\sqrt[4]{x}=0$$

$$\sqrt[3]{x^{\frac{3}{2}}}\leq\sqrt{x}$$

تمرين3:

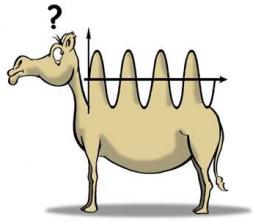
نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]1;+\infty[$ بما يلي:

$$f(x)=\frac{1-\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}{x-1} \; .$$

1- بين أن f تناقصية قطعا على المجال $I=]1;2[$.

2- بين أن المعادلة $\sqrt{x}=\dfrac{1}{x-1}$ تقبل حلا وحيدا α في المجال I.

3- بين أن : $\alpha^2(\alpha-2)=1-\alpha$.



تمرين4:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=x-\sqrt{x-2} & ; x\geq 3 \\ f(x)=x-1+\sqrt[3]{3-x} & ; x<3 \end{cases}$$

1- أوجد مجموعة تعريف الدالة f.

2- أحسب النهايتين : $\lim\limits_{|x|\to+\infty} f(x)$.

3- أدرس اتصال الدالة f على D_f.

4- أدرس رتابة f على المجال $I=[3;+\infty[$.

5- نعتبر g قصور الدالة f على المجال I.

أ- بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J وحدده.

ب- حدد $g^{-1}(x)$ بدلالة x لكل $x\in J$.

ج- أحسب g(6) ثم بين أن الدالة g^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة 4 و أحسب $(g^{-1})'(4)$.

5- أدرس رتابة f على المجال $I=]-\infty,3[$.

تمرين5:

لتكن الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$f(x)=x+\sqrt{x+3} \; .$$

1- حدد D_f ، مجموعة تعريف الدالة f.

2- أدرس اتصال ورتابة f على D_f.

3- أ- استنتج أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة من مجال J يجب تحديده نحو D_f.

ب- حدد $f^{-1}(x)$ بدلالة x لكل $x\in J$.

4- حل المعادلة : $f(x)=f^{-1}(x)$.

تمرين6:

f دالة معرفة بما يلي: $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}-2}$.

1- حدد D_f ، مجموعة تعريف الدالة f.

2- أدرس زوجية الدالة f.

3- أدرس رتابة الدالة f على D_f.

4- ليكن h قصور الدالة f على المجال $I=\left]-\sqrt{3};0\right[$.

بين أن h لها دالة عكسية h^{-1} معرفة من مجال J يجب تحديده نحو I.

5- أحسب : $\left(h^{-1}\right)'(-3)$.