

نموذج امتحان لمادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقط)

- الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
- (P) و (P') المستويين اللذين معادلتها على التوالي: $x+2y-z+1=0$ و $-x+y+z=0$.
- A(0,1,1) نقطة من الفضاء.
1. برهن أن المستويين (P) و (P') متعامدان.
 2. ليكن المستقيم (D) ذو التمثيل البارامترى:

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{3} + t \\ y = -\frac{1}{3} \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

- بين أن (P) و (P') يتقاطعان في (D).
3. أحسب المسافة بين النقطة A وكل من المستويين (P) و (P').
 4. استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (D).

التمرين الثاني: (4 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = e^3 \\ u_{n+1} = e\sqrt{u_n} \end{cases}$$

- (v_n) متتالية معرفة بـ: $v_n = \ln(u_n) - 2$.
1. اثبت أن (v_n) متتالية هندسية محددًا أساسها و حدها الأول.
 2. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .
 3. بين أن: $\lim u_n = e^2$.
 4. احسب المجموع $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

التمرين الثالث: (5نقط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عين الجواب الصحيح معللا اختيارك.
يحتوي كيس على 8 كرات، منها 5 حمراء و 3 سوداء. لا يمكن التمييز بينها باللمس.
1. نسحب عشوائيا 3 كرات في آن واحد.

$$\text{أ/ احتمال سحب 3 كرات سوداء هو : } \frac{1}{56} (1 \text{ ج} , \frac{1}{120} (2 \text{ ج} , \frac{1}{3} (3 \text{ ج}$$

$$\text{ب/ احتمال سحب 3 كرات من نفس اللون هو : } (1 \text{ ج} , \frac{11}{56} (2 \text{ ج} , \frac{11}{120} (3 \text{ ج} , \frac{16}{24} (3 \text{ ج}$$

2. نسحب عشوائيا كرة من الكيس، نسجل لونها، ثم نعيدها إلى الكيس. نكرر هذه التجربة 5 مرات متتالية حيث التجارب مستقلة فيما بينها.

أ/ احتمال الحصول 5مرات على كرة سوداء هو :

$$(1 \text{ ج} \left(\frac{3}{8} \right)^3 \times \left(\frac{3}{8} \right)^2 \quad (2 \text{ ج} \left(\frac{3}{8} \right)^5 \quad (3 \text{ ج} \left(\frac{1}{5} \right)^5$$

ب/ احتمال الحصول على 2 كرات سوداء و 3 حمراء هو:

$$(1 \text{ ج} \left(\frac{5}{8} \right)^3 \times \left(\frac{3}{8} \right)^2 \quad (2 \text{ ج} 10 \times \left(\frac{5}{8} \right)^3 \times \left(\frac{3}{8} \right)^2 \quad (3 \text{ ج} 2 \times \frac{5}{8} + 3 \times \frac{3}{8}$$

التمرين الرابع: (7 نقط)

$$\text{I- نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} - \{-1, 1\} \text{ بـ : } f(x) = \frac{ax^3 + x^2 + b}{x^2 - 1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (o, \vec{i}, \vec{j}) .

حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث المستقيم ذو المعادلة $y = \frac{4}{9}x + \frac{25}{9}$ مماسا للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات

الأفصول 2.

$$\text{II- نعتبر الدالة العددية } g \text{ للمتغير الحقيقي } x \text{ المعرفة على } D_g = [0, 1[\cup]1, +\infty[\text{ بـ : } g(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (o, \vec{i}, \vec{j}) .

$$1. \text{ بين أنه لكل } x \text{ من } D_g : g(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$$

2. ادرس تغيرات الدالة g على D_g .

3. أثبت أن (C) يقبل مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = x + 1$ بجوار $+\infty$.

4. ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ) .

$$5. \text{ بين أن المعادلة } g(x) = 0 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \text{ حيث : } \frac{1}{2} < \alpha < \frac{4}{5}$$

6. ارسم (Δ) و (C) .

الصفحة 2/2